المراجعة النهائية

أكمل

١) الأوتار المتوازية يحصران قوسان ...
٢) قياس القوس الذي يساوي $\frac{1}{4}$ قياس الدائرة = ...
٣) قياس القوس هو قياس الزاوية ... بينما طول القوس هو جزء من ...
٤) قياس نصف الدائرة ... بينما طول نصف الدائرة ...
٥) قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية ...
٦) الزاوية المحيطية المرسومة في نصف الدائرة ...
٧) قياس القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها ٦٠° يساوي ...
٨) طول القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها ٩٠° في دائرة محيطها ٦٠ سم = ...
٩) الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس من الدائرة ...
١٠) قياس الزاوية الخارجة عند أي رأس من رؤوس الشكل الرباعي الدائري يساوي ...
١١) إذا كان الشكل الرباعي دائرياً فإن كل زاويتين متقابلتين فيه ...
١٢) يكون الشكل الرباعي دائرياً إذا وجدت نقطة في المستوى تبعد عن كل رأس من رؤوسه ...
١٣) قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس الزاوية ...
١٤) المماسان المرسومان من طرفي وتر في دائرة ...
١٥) المماسان المرسومان من طرفي قطر في دائرة ...
١٦) القطعتان المماستان المرسومتان لدائرة من نقطة خارجها ...
١٧) مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع ...
١٨) مجموع قياسي الزاويتين من الشكل الرباعي الدائري ...
١٩) قياس الزاوية المماسية يساوي قياس ...
٢٠) القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه في الدائرة ...
٢١) دائرة محيطها ٣٦ سم فإن قياس قوس منها طوله ٦ سم يكون ...
٢٢) قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}$ π نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها ...
٢٣) مساحة المربع الذي طول قطره ٤$\sqrt{2}$ سم = ... سم^2
٢٤) منصفات الزوايا الداخلة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة هي ...
٢٥) قياس نصف الدائرة التي طول نصف قطرها نق = ...

٢٦) في الشكل الرباعي الدائري أ ب حـ د إذا كان: ق(∠ب) = ٣٠° فإن ق(∠د) = ...

٢٧) الدائرة الداخلة للمثلث هي الدائرة التي .... لأضلاعه من الداخل

٢٨) إذا كان أ ب حـ د شكلاً رباعياً دائرياً فيه ق(∠حـ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠أ) فإن ق(∠أ) = ...

٢٩) إذا رسم المربع أ ب حـ د داخل دائرة م فإن: ق(أب⌒) = ...

٣٠) إذا كان أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م تماسها في نقطتي ب ، حـ فإن: م أ ↔ يكون محور تماثل لـ ....

٣١) الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر في الدائرة ....

٣٢) قياس الزاوية المحيطية يساوي .... المقابل لها

٣٣) يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ... [مستطيل ، معين ، متوازي الأضلاع ، شبه منحرف قائم]

٣٤) عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متباعدتين ...

٣٥) طول القوس الذي يمثل نصف دائرة = ... [$\frac{1}{2}$ π نق ، π نق ، ١٨٠° ، ٩٠°]

٣٦) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع ....

٣٧) قياس الزاوية المركزية ... قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس

٣٨) الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون ....

٣٩) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة ...

٤٠) قياس الزاوية المحصورة بين مماس للدائرة ووتر فيها يساوي ... القوس المحصور بين ضلعيها

٤١) النسبة بين قياس الزاوية المحيطية إلى قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس هي ... [٢:١ ، ١:٢ ، ١:١ ، ٣:١]

٤٢) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في $\frac{1}{3}$ دائرة يساوي ...

٤٣) إذا كان أب ، أحـ قطعتين مماستين للدائرة م عند ب ، حـ فإن م أ ↔ محور ...

٤٤) عدد المماسات المرسومة لدائرة من نقطة خارجها = ...

٤٥) كل الآتية تقع رؤوسها على دائرة واحدة ما عدا ...

[المستطيل ، المربع ، المثلث ، متوازي الأضلاع]

٤٦) أ ب حـ د شكل رباعي دائري فيه ق(∠أ) = ق(∠حـ) = ٢ق(∠ب) فإن ق(∠ب) = ...

٤٧) الزاوية المركزية التي قياسها ٢٤٠° تقابل قوساً طوله = ... محيط الدائرة

٤٨) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة ...

٤٩) قوس من دائرة طوله $\frac{1}{6}$ π نق سم فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها ...

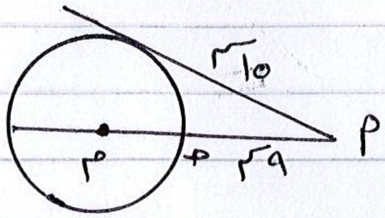
٥٠) أ ب حـ مثلث متساوي الأضلاع تمر برؤوسه دائرة واحدة فإن: ق(أب⌒) = ...°

(٥١) إذا تساوى قياسا قوسين في دائرة فإن وتريهما .....

(٥٢) دائرة محيطها ٤٠ سم يكون طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ٤٥° = ...

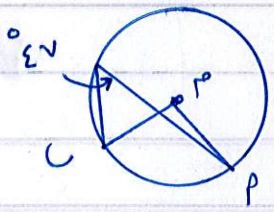
(٥٣) ــــــ ،، ــــــ ،، ــــــ ،، ــــــ

اختر الإجابة الصحيحة :-



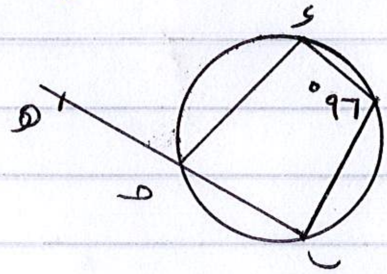
[١] طول نصف قطر الدائرة م = ... سم

[٥ ، ٨ ، ١٠ ، ١٦]



[٢] ق(أ م̂ ب) = ص + ١٠

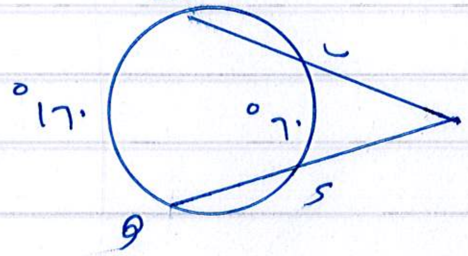
فإن قيمة ص = ... [٤٣° ، ٤٧° ، ٩٤° ، ٨٤°]



[٣] من الشكل المقابل :

ق(د ح̂ هـ) = ص − ٢٤

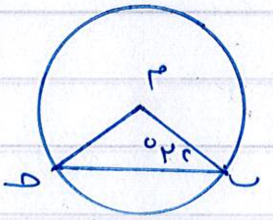
فإن : ص = ...



[٤] من الشكل المقابل :

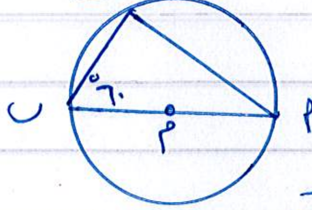
ق(ب د) = ٦٠° ، ق(ح هـ) = ١٦٠° فإن

ق(أ̂) = ... [٥٠° ، ٦٠° ، ١١٠° ، ١٦٠°]



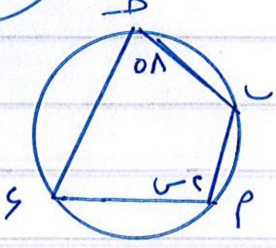
[٥] من الشكل المقابل :

ق(ب ح) = ...° [١٦ ، ٢٢ ، ٦٤ ، ١١٦]



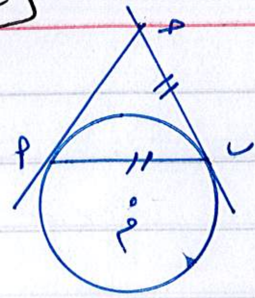
[٦] من الشكل المقابل : دائرة م ، أ ب قطر فيها فإذا كان :

ق(ب̂) = ٦٠° ، ب ح = ٣ سم فإن طول قطر الدائرة = ...



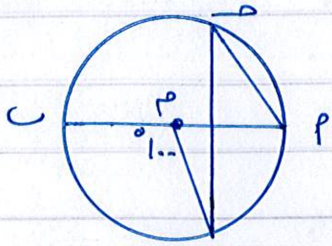
[٧] من الشكل المقابل : ق(د̂) = ٥٨° ، ق(أ̂) = ٢ س°

فإن قيمة س = ... [٥٨° ، ٢٢° ، ١١٩° ، ٦١°]



(٨) من الشكل المقابل: جـ ب، جـ أ مماسان للدائرة م

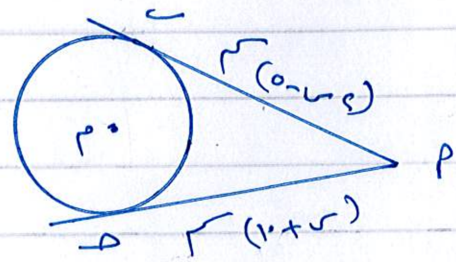
جـ ب = ب أ فإن: ق(∠جـ) = ... [٦٠°، ٣٠°، ٩٠°، غير ذلك]



(٩) من الشكل المقابل: دائرة مركزها م

، ق(∠د م ب) = ١٠٠°

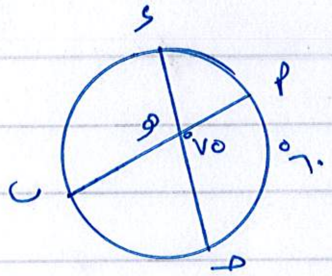
فإن: ق(∠أ جـ د) = ...° [٥٠، ٢٠، ٤٠، ٨٠]



(١٠) من الشكل المقابل: أب، أجـ مماسان للدائرة عند ب، جـ

، أب = (٢س − ٥) سم، أجـ = (س + ١٠) سم

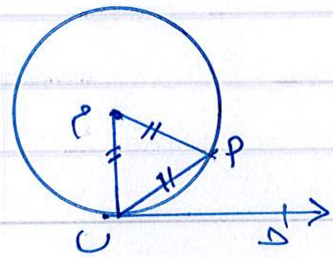
فإن س = ... سم [٥، ١٥، ١٠، ٢,٥]



(١١) من الشكل المقابل: ق(∠أ هـ جـ) = ٧٥°

ق(⌒أجـ) = ٦٠° فإن ق(⌒ب د) = ...

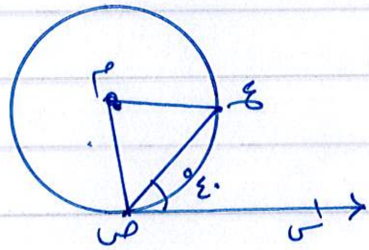
[٩٠، ٢٠، ١٥، ٢١٠]



(١٢) من الشكل المقابل:

ب جـ مماس للدائرة م

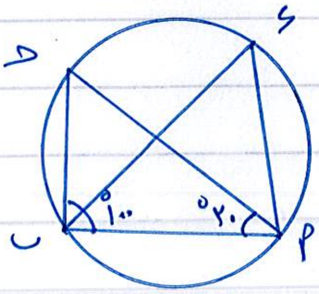
فإن: ق(∠أ ب جـ) = ...°



(١٣) من الشكل المقابل: إذا كانت م دائرة، ص س مماس

للدائرة عند ص، ق(∠س ص ع) = ٤٠°

فإن ق(∠ص م ع) = ... [٢٠°، ٤٠°، ٨٠°، ١٠٠°]

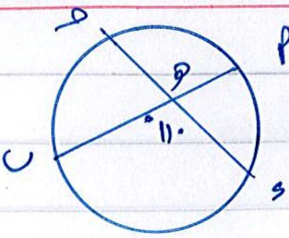


(١٤) من الشكل المقابل:

إذا كان: ق(∠أ ب جـ) = ١٠٠°، ق(∠ب أ جـ) = ٣٠°

فإن ق(∠أ د ب) = ...

(١٥) من الشكل المقابل:



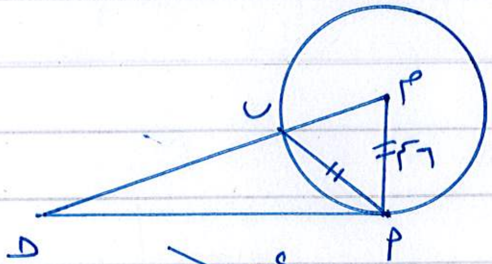
ق(أجـ) + ق(دب) = ...°

، ق(أد) + ق(جـب) = ...°

(١٦) من الشكل المقابل: جـ أ مماس للدائرة م عند أ

، م أ = م ب = ٦ سم فإن ق(د) = ...°

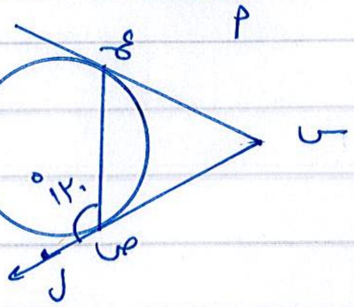
، أ جـ = ...



(١٧) من الشكل المقابل: س ص ، س ع مماسان

للدائرة عند ص ، ع ، ق(∠ل ص ع) = ١٣٠°

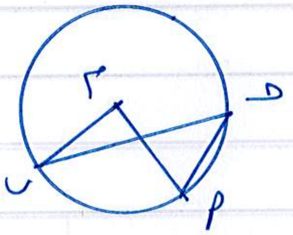
فإن ق(∠س) = ... [٥٠ ، ٦٥ ، ٨٠ ، ١٠٠]



(١٨) من الشكل المقابل: دائرة مركزها م ،

ق(∠د) + ق(∠أ م ب) = ٩٠°

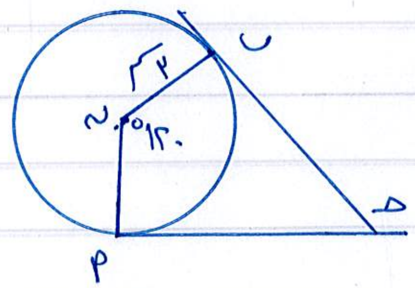
فإن: ق(∠د) = ...



(١٩) من الشكل المقابل: دائرة طول نصف قطرها ٢ سم

، أجـ ، جـ ب مماسان لها فإذا كان: ق(∠أ ن ب) = ١٢٠°

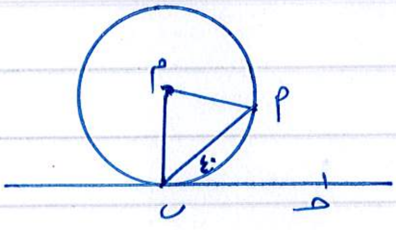
فإن: ن جـ = ... سم



(٢٠) من الشكل المقابل: م دائرة ، ب جـ مماس للدائرة عند ب

ق(∠أ ب جـ) = ٤٠° ، ق(∠م) = ٣س − ١٠°

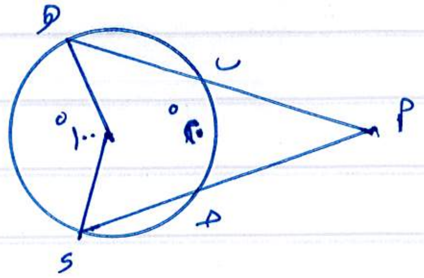
فإن قيمة س = ... [٤٠ ، ٨٠ ، ٣٠ ، ٢٠]

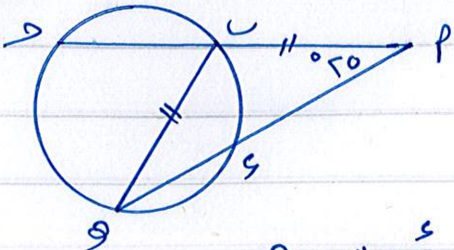


(٢١) من الشكل المقابل: أ نقطة خارج الدائرة م

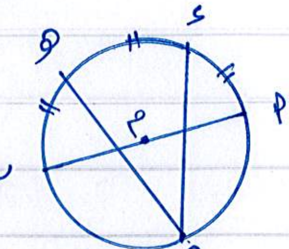
ق(ب جـ) = ٣٠° ، ق(د هـ) = ١٠٠°

فإن ق(∠أ) = ... [٤٠ ، ٨٠ ، ٣٥ ، ٢٠]

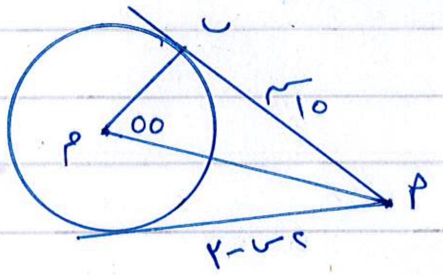




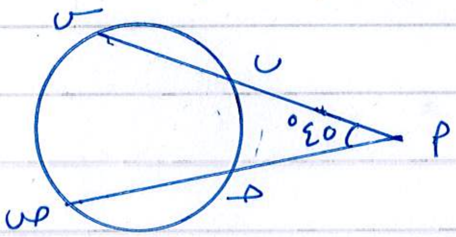
(٢٢) من الشكل المقابل: أب = ب هـ
ق(هـ أ̂ د) = ٢٥°
فإن ق(د هـ⌢) = ... [٢٥°، ٥٠°، ٧٥°، ١٠٠°]



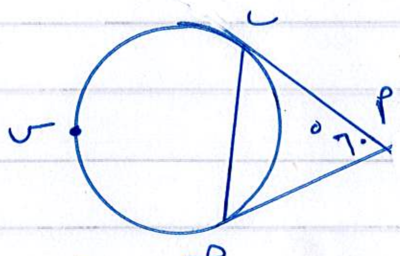
(٢٣) أب قطر في الدائرة م ، فإذا كان:
ق(أ د⌢) = ق(د هـ⌢) = ق(هـ ب⌢)
فإن: ق(د و̂ هـ) = ... [٢٥، ٦٠، ٣٠، ٤٥]



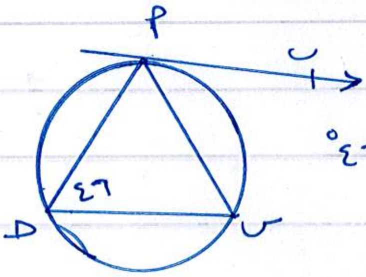
(٢٤) أب ، أد مماستان للدائرة م ، ق(ب م̂ أ) = ٥٥°
فإن ق(م أ̂ د) = ...
، إذا كان أب = ١٥ سم ، أد = (٢س - ٣) سم فإن س = ...



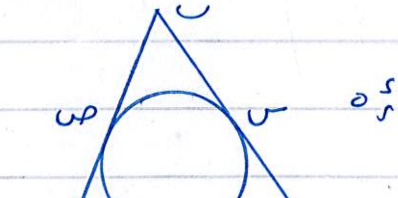
(٢٥) من الشكل المقابل: إذا كان: ق(س أ̂ ص) = ٤٠° فإن
ق(س ص⌢) - ق(ب د⌢) = ...



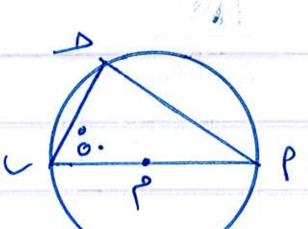
(٢٦) من الشكل المقابل:
ق(ب س د⌢) = ...
[٦٠°، ٢٤٠°، ١٨٠°، ١٢٠°]



(٢٧) من الشكل المقابل: أب مماس للدائرة عند أ وكان ق(أ د̂ س) = ٤٦°
فإن ق(ب أ̂ س) = ... [٢٤°، ٢٣°، ٩٢°، ٤٦°]

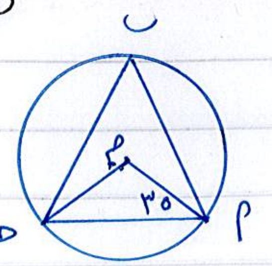


(٢٨) من الشكل المقابل: أب جـ مثلث مرسوم خارج دائرة
أس = ٤ سم ، ب ص = ٣ سم ، جـ ع = ٢ سم
فإن محيط Δ أب جـ = ...

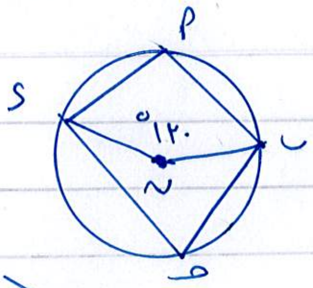


(٢٩) أب قطر في الدائرة م ، ق(أ ب̂ جـ) = ٥٠°
فإن: ق(ب جـ⌢) = ... [٤٠°، ٥٠°، ٨٠°، ١٠٠°]

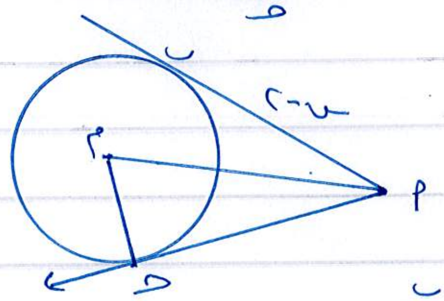
(٣٠) من الشكل المقابل:
م دائرة ق(∠م أ جـ) = ٣٥°
فإن ق(∠أ ب جـ) = ... [٧٠° ، ٥٥° ، ٢٥° ، ٥٠°]



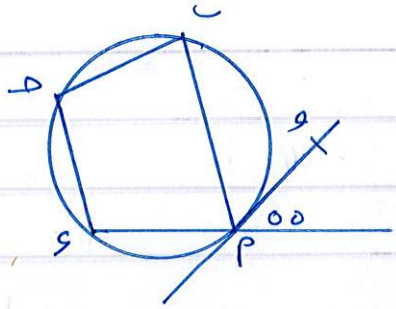
(٣١) أ ب جـ د رباعي مرسوم داخل دائرة مركزها م فإذا كان:
ق(∠ب م د) = ١٣٠° فإن ق(∠ب أ د) = ...
[٥٠° ، ١٢٠° ، ٦٥° ، ١١٥°]



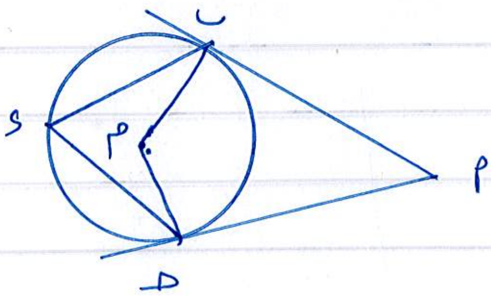
(٣٢) من الشكل المقابل
أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة م فإذا كان:
أ م = ٥ سم ، م جـ = ٣ سم ، أ ب = (س - ١) سم
فإن س = ... [٣ ، ٤ ، ٦ ، ٥]



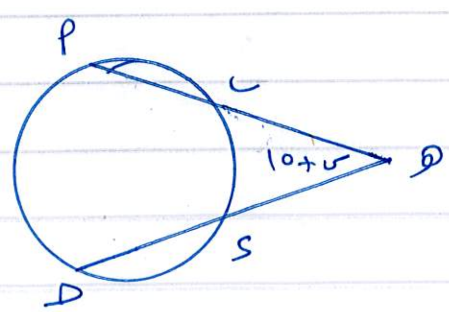
(٣٣) هـ ∈ د أ ، أ و ينصف ∠ب أ هـ
ق(∠هـ أ و) = ٥٥°
فإن: ق(∠ب جـ د) = ... [٥٥° ، ١٠٠° ، ١١٠° ، ١٢٠°]



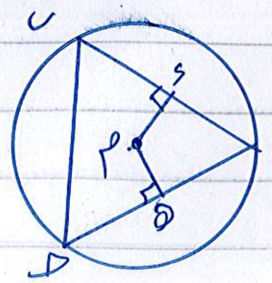
(٣٤) من الشكل المقابل:
أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة م عند ب ، جـ
ق(∠ب أ جـ) = ٤٠°
فإن ق(∠ب د جـ) = ...



(٣٥) من الشكل المقابل:
إذا كان ق(أ⌒جـ) = ١٠٠°
ق(ب⌒د) = ٤٠°
فإن س = ...



١) في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م ، م ء ⊥ أ ب

، م هـ ⊥ أ جـ . اثبت أن : ء هـ // ب جـ

وإذا كان ب جـ = ٨ سم أوجد ء هـ

الحل ∵ م ء ⊥ أ ب ∴ ء منتصف أ ب

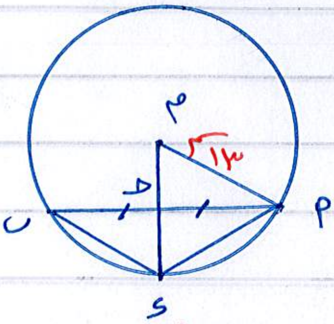
∵ م هـ ⊥ أ جـ ∴ هـ منتصف أ جـ

في △ أ ب جـ ∵ ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

∴ ء هـ // ب جـ (أولاً)

، ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ ∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ × ٨ = ٤ سم (ثانياً)

٢) في الشكل المقابل : دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ١٣ سم



أ ب وتر فيها طوله ٢٤ سم ، جـ منتصف أ ب

رسم م جـ فقطع الدائرة في ء أوجد

أولاً : طول م جـ ثانياً : م (△ ء أ ب)

الحل ∵ جـ منتصف أ ب ∴ أ جـ = $\frac{٢٤}{٢}$ = ١٢ سم

في الدائرة م ∵ جـ منتصف أ ب ∴ م جـ ⊥ أ ب

في △ م أ جـ القائم في جـ

(م جـ)^2 = (م أ)^2 − (أ جـ)^2 = (١٣)^2 − (١٢)^2 = ٢٥

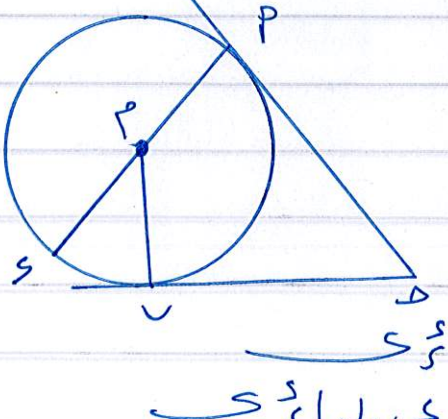
∴ م جـ = ٥ سم

∴ ء جـ = م ء − م جـ = ١٣ − ٥ = ٨ سم

∴ م △ أ ء ب = $\frac{1}{2}$ × أ ب × ء جـ = $\frac{1}{2}$ × ٢٤ × ٨ = ٩٦ سم^2

أ/ أحمد عمر

٢) في الشكل المقابل : أ ء قطر في دائرة مركزها م ، جـ أ ، جـ ب



مماسان للدائرة عند أ ، ب اثبت أن : ق(∠ ء م ب) = ق(∠ أ جـ ب)

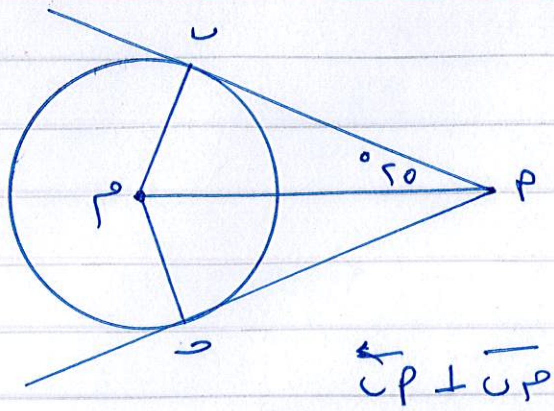
الحل ∵ جـ أ مماس للدائرة عند أ ∴ م أ ⊥ جـ أ

∵ جـ ب مماس للدائرة عند ب ∴ م ب ⊥ جـ ب

∴ ق(∠ جـ أ م) + ق(∠ جـ ب م) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

وهما متقابلتان ∴ الشكل أ جـ ب م رباعي دائري

∴ ق(∠ ء م ب) = ق(∠ أ جـ ب) خارجة عن الرباعي الدائري



④ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة م على الترتيب عند ب ، حـ

ق(∠ب أ م) = ٢٥°

أولاً : اثبت أن $\overrightarrow{أم}$ ينصف ∠ ب م حـ

ثانياً : أوجد ق(∠ب م حـ)

الحل ∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند ب ∴ $\overline{مب} \perp \overleftrightarrow{أب}$

∵ $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماس للدائرة م عند حـ ∴ $\overline{محـ} \perp \overleftrightarrow{أحـ}$

Δ Δ أ ب م ، أ حـ م

فيهما { ق(∠أ ب م) = ق(∠أ حـ م) = ٩٠°
ب م = حـ م = نق
$\overline{أم}$ ضلع مشترك }

م/ أحمد عمر

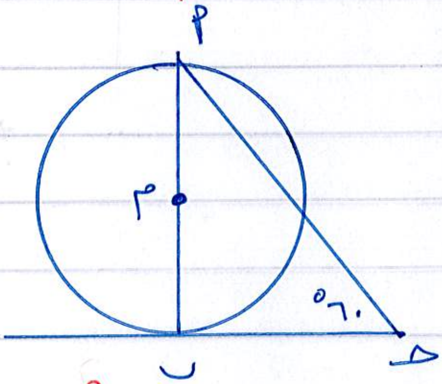
∴ Δ أ ب م ≡ Δ أ حـ م

وينتج من التطابق أن ق(∠أ م ب) = ق(∠أ م حـ)

∴ $\overrightarrow{مأ}$ ينصف ∠ ب م حـ (أولاً)

في Δ أ ب م القائم في ب ← ق(∠أ م ب) = ١٨٠ − (٩٠ + ٢٥) = ٦٥°

∴ ق(∠ب م حـ) = ٢ ق(∠أ م ب) = ٢ × ٦٥° = ١٣٠°



⑤ في الشكل المقابل : دائرة م محيطها ٤٤ سم ، $\overline{أب}$ قطر فيها

$\overleftrightarrow{بحـ}$ مماس للدائرة عند ب ، ق(∠حـ) = ٦٠°

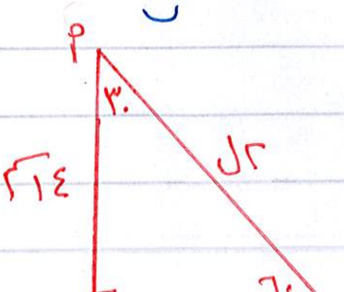
أوجد طول $\overline{بحـ}$ ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

الحل ∵ $\overleftrightarrow{بحـ}$ مماس للدائرة عند ب ∴ $\overline{أب} \perp \overleftrightarrow{بحـ}$

∵ محيط الدائرة = ٤٤ سم

∴ ٢ π نق = ٤٤ ∴ نق = $\frac{٤٤}{٢ \times \frac{22}{7}}$ = ٧ سم

∴ أ ب = ٢ نق = ١٤ سم



في Δ أ ب حـ القائم في ب ∴ ق(∠أ) = ٣٠°

∴ ب حـ = $\frac{1}{2}$ أ حـ (المقابل للزاوية ٣٠)

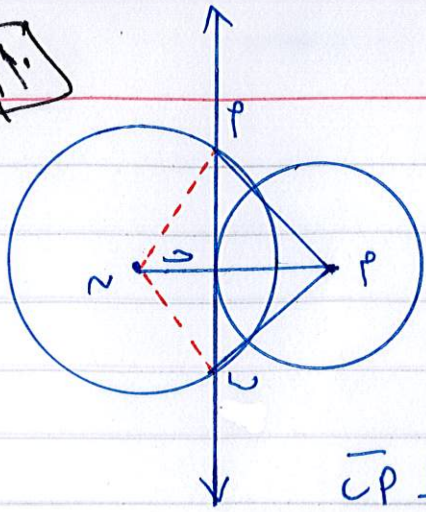
∴ (أ حـ)² − (ب حـ)² = (أ ب)²

(٢ل)² − ل² = ١٩٦

∴ ٤ل² − ل² = ١٩٦ ∴ ٣ل² = ١٩٦ ÷ ٣ ∴ ل² = $\frac{١٩٦}{٣}$

∴ ل = $\sqrt{\frac{١٩٦}{٣}}$ = $\frac{١٤\sqrt{٣}}{٣}$ سم

١٠



(٦) في الشكل المقابل: م، ن دائرتان متقاطعتان، ن م يقطع الدائرة م في جـ ، رسم أب مماس للدائرة م عند جـ يقطع الدائرة ن في أ ، ب اثبت أن:

أولاً: جـ أ = جـ ب ثانياً: م أ = م ب

الحل: العمل: نصل ن أ ، ن ب

∵ أب مماس للدائرة م عند جـ ∴ م جـ ⊥ أب

ΔΔ أ جـ ن ، ب جـ ن فيهما: { ن أ = ن ب = نق ، ن جـ ضلع مشترك ، ق(∠ن جـ أ) = ق(∠ن جـ ب) = 90° } ∴ يتطابق ΔΔ

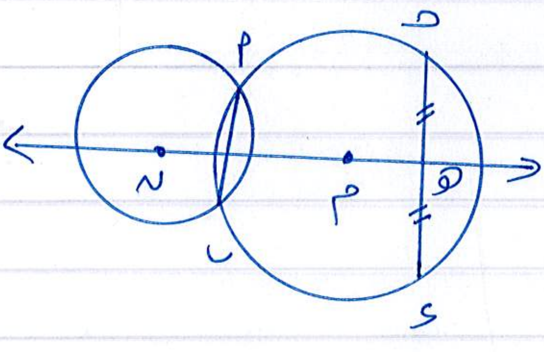
∴ جـ أ = جـ ب

م/ أحمد عمر

ΔΔ م أ جـ ، م ب جـ فيهما: { أ جـ = جـ ب ، م جـ ضلع مشترك ، ق(∠أ جـ م) = ق(∠ب جـ م) = 90° }

∴ يتطابق المثلثان وينتج أن: م أ = م ب

(٧) في الشكل المقابل: م، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، جـ د وتر في الدائرة م ، م ن يقطع جـ د في هـ ، فإذا كانت هـ منتصف جـ د اثبت أن: أب // جـ د



الحل

∵ م، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

∴ م ن ⊥ أب ... (١)

، ∵ هـ منتصف جـ د

∴ م هـ ⊥ جـ د ... (٢) من (١) ، (٢)

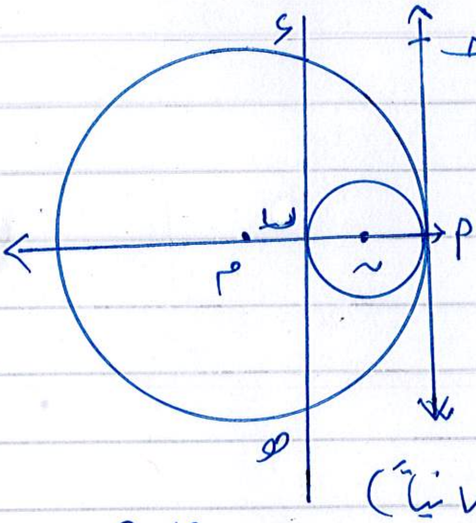
∴ أب ⊥ م ن ، جـ د ⊥ م ن

∴ أب // جـ د (العموديان على ثالث متوازيان)

(8) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل عند أ ، الدائرة م أكبر من الدائرة ن رسم $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماساً مشتركاً للدائرتين ، ورسم $\overleftrightarrow{نم}$ فقطع الدائرة ن في ب ورسم $\overleftrightarrow{بء}$ مماساً للدائرة ن فقطع م في ء ، هـ اثبت أن

أولاً : $\overleftrightarrow{أجـ} // \overleftrightarrow{بء}$ ثانياً ب ء = ب هـ

الحل



∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة ن ،

أجـ ، هـ ء مماسان لها عند أ ، ب

∴ $\overleftrightarrow{أجـ} // \overleftrightarrow{بء}$ ... (أولاً)

∵ هـ ء مماس للدائرة ن عند ب

∴ $\overleftrightarrow{أب} \perp$ هـ ء

∵ هـ ء وتر في الدائرة م ، م ب $\perp$ هـ ء

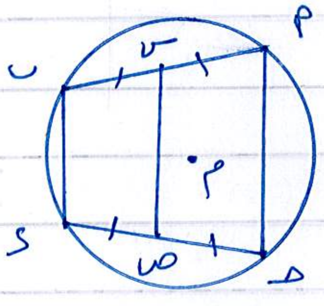
∴ ب منتصف هـ ء ∴ ب ء = ب هـ ... (ثانياً)

أ/ أحمد عمر

(9) في الشكل المقابل : أب ، جـ ء وتران متساويان في الدائرة م

س ، ص منتصفا أب ، جـ ء : اثبت أن

أولاً : أجـ // ب ء ثانياً : ق(∠ب س ص) = ق(∠ء ص س)



الحل ∵ أب = جـ ء ∴ ق(⌒أب) = ق(⌒جـ ء)

بإضافة ق(⌒ب ء) للطرفين

∴ ق(⌒أب ء) = ق(⌒جـ ء ب)

∴ ق(∠جـ) = ق(∠أ) ... (1) محيطيتان تحصران أء ، جـب

∵ أب جـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠أ) + ق(∠ء) = 180° ... (2) (متقابلتان)

من (1) ، (2) ∴ ق(∠جـ) + ق(∠ء) = 180° وهما في وضع تداخل

∴ أجـ // ب ء ... (أولاً)

∴ ق(∠ب س ص) = ق(∠أ) ... (3) بالتناظر

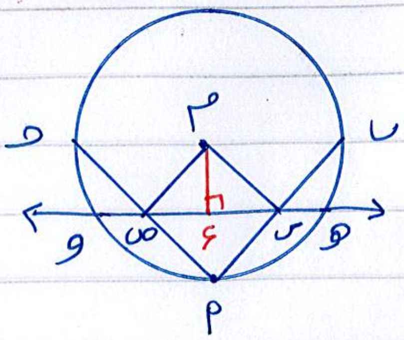
، ق(∠ء ص س) = ق(∠جـ) ... (4) بالتناظر

من (1) ، (3) ، (4) ∴ ق(∠ب س ص) = ق(∠ء ص س)

[10] من الشكل المقابل: $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة م ، س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$

ورسم $\overleftrightarrow{سص}$ فقطع الدائرة في هـ ، و

أثبت أن س هـ = ص و



الحل :: س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{أجـ}$

∵ أب = أجـ ∴ م س = م ص

نرسم $\overline{مء} \perp \overleftrightarrow{هـو}$

$\Delta\Delta$ م س ء ، م ص ء

فيهما: م س = م ص ، $\overline{مء}$ ضلع مشترك ، ق($\angle$ م ء س) = ق($\angle$ م ء ص) = 90°

∴ Δ م س ء $\equiv$ Δ م ص ء

∴ ء س = ء ص ... (1)

∵ $\overline{مء} \perp \overleftrightarrow{هـو}$ ∴ ء منتصف $\overline{هـو}$ ∴ هـ ء = ء و ... (2)

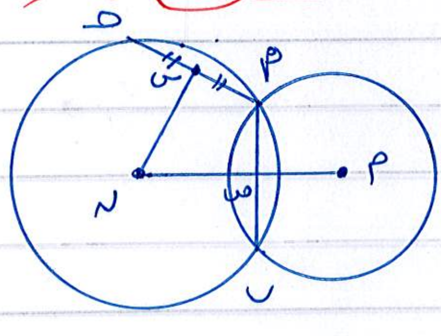
بطرح (1) من (2) ∴ هـ س = ص و #

م/ أحمد عمر

[11] من الشكل المقابل: م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

$\overleftrightarrow{من} \cap \overline{أب} = \{ص\}$ ، أب = أجـ ، س منتصف $\overline{أجـ}$

أثبت أن: ن ص = ن س



الحل :: م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

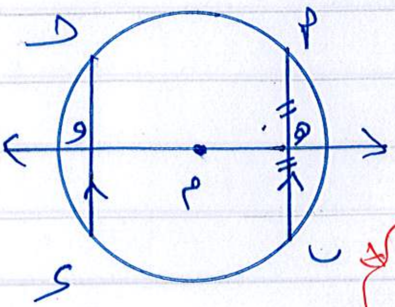
∴ $\overleftrightarrow{من} \perp \overline{أب}$ ∴ $\overline{نص} \perp \overline{أب}$ ... (1)

، ∵ س منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{نس} \perp \overline{أجـ}$ ... (2)

∵ أب = أجـ ... (3) (وتر = وتر في الدائرة ن)

من (1) ، (2) ، (3) ∴ ن ص = ن س (بعد = بعد)

(12) الدائرة م فيها $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$ وتران متوازيان ، هـ منتصف $\overline{أب}$ ، رسم $\overleftrightarrow{هـ م}$ فقطع $\overline{جـ د}$ في و . اثبت أن و جـ = و د



أ/ الدعمر

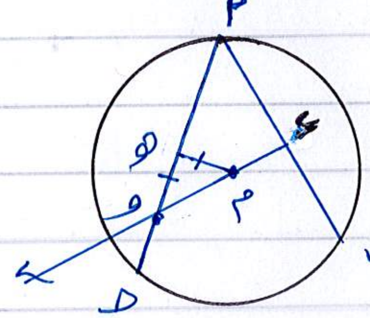
الحل: ∵ هـ منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overleftrightarrow{م هـ} \perp \overline{أب}$

، ∵ $\overline{أب} \parallel \overline{جـ د}$ ∴ $\overleftrightarrow{م هـ} \perp \overline{جـ د}$

∵ $\overleftrightarrow{م و} \perp \overline{جـ د}$ ∴ و منتصف $\overline{جـ د}$

∴ جـ و = و د

(13) الدائرة م فيها $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$ وتران متوازيان ، د ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ على الترتيب ، رسم $\overleftrightarrow{هـ م}$ فقطع $\overleftrightarrow{أجـ}$ في و بحيث كان م هـ = هـ و . اثبت أن ق(∠ب أ جـ) = 45°



الحل: ∵ د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{م د} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{م هـ} \perp \overline{أجـ}$

∴ ق(∠أ د م) + ق(∠أ هـ م) = 90 + 90 = 180°

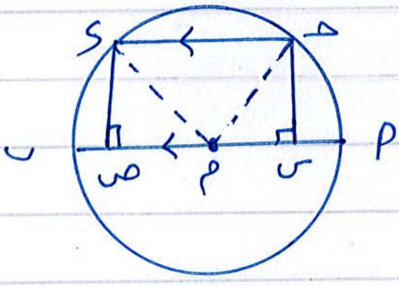
وهما متقابلتان ∴ الشكل أ د م هـ رباعي دائري

في △ م هـ و القائم في هـ

∵ م هـ = هـ و ∴ ق(∠هـ م و) = ق(∠م و هـ) = $\frac{180 - 90}{2}$ = 45°

∵ ∠ هـ م و خارجة عن الرباعي الدائري ∴ ق(∠ب أ جـ) = 45°

(14) $\overline{أب}$ قطر في دائرة م ، رسم الوتر $\overline{جـ د} \parallel \overline{أب}$ ، ثم رسم $\overline{جـ س} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{د ص} \perp \overline{أب}$. اثبت أن: أ س = ص ب



الحل: ∵ $\overline{جـ س} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{د ص} \perp \overline{أب}$

∴ $\overline{جـ س} \parallel \overline{د ص}$

∵ $\overline{جـ د} \parallel \overline{س ص}$ ، ق(∠جـ س ص) = 90°

∴ الشكل جـ س ص د مستطيل

نصل: $\overline{م جـ}$ ، $\overline{م د}$

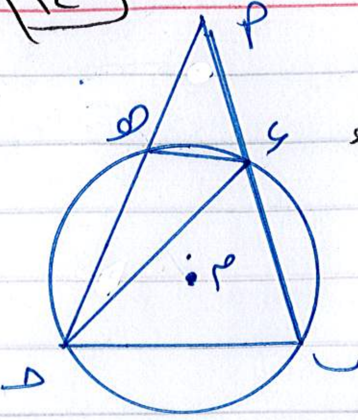
△△ جـ س م ، د ص م فيهما
$\left\{\begin{array}{l} \text{م جـ = م د = نق} \\ \text{جـ س = ص د (ضلعان في المستطيل)} \\ \text{ق(∠جـ س م) = ق(∠د ص م) = 90°} \end{array}\right.$

∴ △ جـ س م ≡ △ د ص م وينتج من التطابق أن

م س = م ص ... ①

∵ أ م = ب م = نق ... ② بطرح ① من ②

∴ أ س = ب ص



(١٥) في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث فيه: أب = أجـ

ب جـ وتر في الدائرة م ، أب ، أجـ يقطعان الدائرة في د ، هـ

أثبت أن: ب جـ // د هـ

وإذا كان ق(∠د جـ أ) = ٣٠° ، ق(∠أ) = ٥٠° أوجد

أولاً: ق(∠ب هـ جـ) ثانياً: ق(∠ب م جـ) ثالثاً: ق(∠جـ د هـ)

الحل في △ أ ب جـ ∵ أب = أجـ

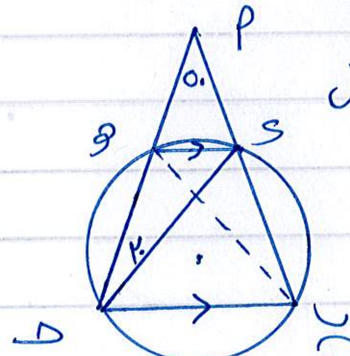
∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ)

∴ ق(⌒جـ هـ ب) = ق(⌒ب د جـ) بحذف ق(⌒د هـ) من الطرفين

∴ ق(⌒ب د) = ق(⌒هـ جـ)

∴ ق(∠ب جـ د) = ق(∠هـ د جـ) وهما في وضع تبادل

∴ ب جـ // د هـ ... (أولاً)



أ/ المعصرى

∵ ∠ب د جـ خارجة عن △ أ د جـ

∴ ق(∠ب د جـ) = ٥٠ + ٣٠ = ٨٠°

∴ ق(∠ب هـ جـ) = ق(∠ب د جـ) = ٨٠° محيطيتان تحصران ب جـ

∴ ق(∠ب م جـ) = ٢ ق(∠ب د جـ) = ٢ × ٨٠ = ١٦٠° محيطية ومركزية تحصران ب جـ

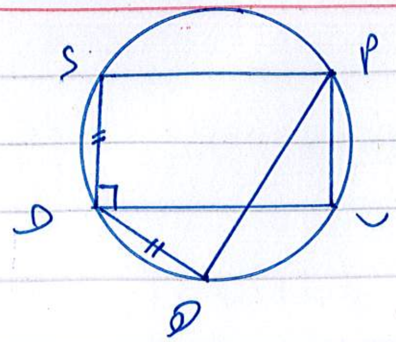
∵ ق(⌒د هـ) = ٢ × ٣٠ = ٦٠° ، ق(⌒ب جـ) = ١٦٠°

∴ ق(⌒ب د) = ق(⌒جـ هـ) = [٣٦٠ − (١٦٠ + ٦٠)] ÷ ٢ = ٧٠°

∴ ق(∠جـ د هـ) = $\frac{1}{2}$ ق(⌒جـ هـ) = ٣٥°

(١٦) أ ، ب نقطتان حيث أب = ٦ سم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب بحيث يكون طول نصف قطرها ٥ سم، ثم أوجد بعد مركز الدائرة عن أب

(١٧) ارسم الدائرة التي تمر برؤوس المثلث الذي فيه أب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ، أجـ = ٥ سم



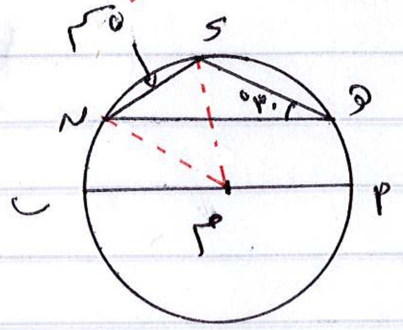
(١٨) في الشكل المقابل: أ ب جـ د مستطيل مرسوم داخل دائرة رسم الوتر جـ هـ بحيث: جـ هـ = جـ د أثبت أن: أ هـ = ب جـ

الحل: ∵ أ ب جـ د مستطيل ∴ أ ب = جـ د

∴ م($\overset{\frown}{أب}$) = م($\overset{\frown}{جـ د}$) بإضافة م($\overset{\frown}{ب هـ}$) للطرفين

∴ م($\overset{\frown}{أ ب هـ}$) = م($\overset{\frown}{ب هـ جـ}$)

∴ أ هـ = ب جـ



(١٩) في الشكل المقابل: دائرة مركزها م ، د ن = ٥ سم

م(∠د هـ ن) = ٣٠° أوجد طول نصف قطر الدائرة م

الحل

نرسم م د ، م ن

م(∠د م ن) = ٢ م(∠د هـ ن) = ٢ × ٣٠ = ٦٠°

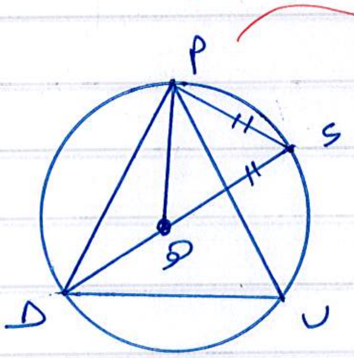
محيطية ومركزية تحصران $\overset{\frown}{د ن}$

في ∆ د م ن ∵ د م = م ن = نق ، م(∠د م ن) = ٦٠°

∴ ∆ د م ن متساوي الأضلاع

∴ نق = ٥ سم

م/ أحمد عمر



(٢٠) في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع ، أ د = د هـ

أثبت أن ∆ أ د هـ متساوي الأضلاع

الحل: ∵ ∆ أ ب جـ متساوي الأضلاع

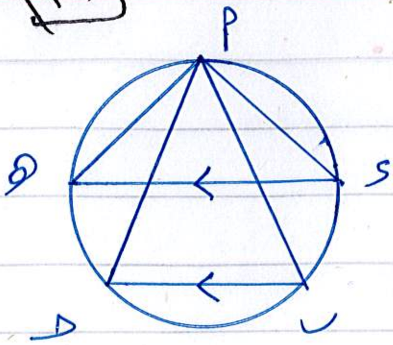
∴ م(∠جـ) = ٦٠°

∴ م(∠أ د جـ) = م(∠أ ب جـ) = ٦٠° محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{أ جـ}$

في ∆ أ د هـ

∵ أ د = د هـ ، م(∠د) = ٦٠°

∴ ∆ أ د هـ متساوي الأضلاع



(٢١) في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة

$\overline{د هـ} \parallel \overline{ب جـ}$

اثبت أن: ق($\angle$ د أ جـ) = ق($\angle$ ب أ هـ)

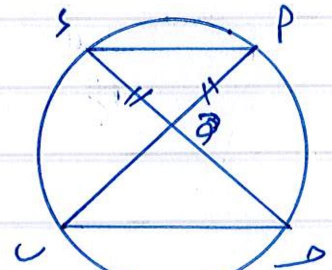
الحل: ∵ $\overline{د هـ} \parallel \overline{ب جـ}$

∴ ق($\frown$ ب د) = ق($\frown$ جـ هـ)

بإضافة ق($\frown$ ب جـ) للطرفين

∴ ق($\frown$ د ب جـ) = ق($\frown$ ب جـ هـ)

∴ ق($\angle$ د أ جـ) = ق($\angle$ ب أ هـ)



(٢٢) في الشكل المقابل: $\overline{أ جـ} \cap \overline{ب د}$ = {هـ}،

هـ أ = هـ د اثبت أن: هـ ب = هـ جـ

الحل: في △ أ هـ د ∵ أ هـ = هـ د

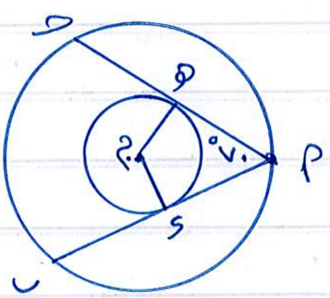
∴ ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{د}$) --- ①

∵ ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{جـ}$) ... ② محيطيتان تحصران ب د

، ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{د}$) ... ③ محيطيتان تحصران أ جـ

من ①، ②، ③ ∴ ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{جـ}$)

في △ هـ ب جـ ∵ ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{جـ}$) ∴ هـ ب = هـ جـ



(٢٣) في الشكل المقابل: دائرتان متحدتا المركز في م،

$\overline{أ ب}$، $\overline{أ جـ}$ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى، ق($\hat{أ}$) = ٧٠°

أولاً: أوجد ق($\angle$ د م هـ) ثانياً: اثبت أن: أ ب = أ جـ

الحل: ∵ $\overline{أ جـ}$ مماس للدائرة الصغرى عند هـ ∴ $\overline{م هـ} \perp \overline{أ جـ}$

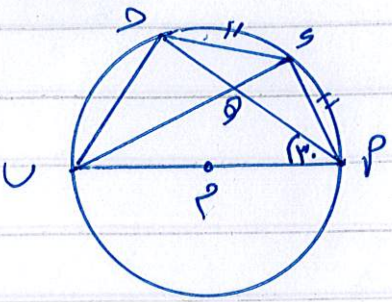
∵ $\overline{أ ب}$ مماس للدائرة الصغرى عند د ∴ $\overline{م د} \perp \overline{أ ب}$

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق($\angle$ هـ م د) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٧٠) = ١١٠° (أولاً)

∵ $\overline{م هـ} \perp \overline{أ جـ}$، $\overline{م د} \perp \overline{أ ب}$، م د = م هـ = نق (بعد = بعد)

∴ أ ب = أ جـ (وتر = وتر)



(٢٤) من الشكل المقابل: $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م، ج، د ∈ الدائرة م

ق(∠جأب) = ٣٠°، د منتصف $\overset{\frown}{أج}$، $\overline{بد} \cap \overline{أج} = \{هـ\}$

أولاً: أوجد ق(∠بدج)، ق(∠أبد)

ثانياً: أثبت أن Δ أبهـ متساوي الساقين

الحل

ق(∠بدج) = ق(∠بأج) = ٣٠° محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{بج}$ ... (أولاً)

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١٨٠°

∴ ق($\overset{\frown}{بج}$) = ٢ ق(∠جأب) = ٢ × ٣٠ = ٦٠°

∴ ق($\overset{\frown}{أد}$) = ق($\overset{\frown}{دج}$) = (١٨٠ − ٦٠) ÷ ٢ = ٦٠°

∴ ق(∠أبد) = $\frac{1}{2}$ ق($\overset{\frown}{أد}$) = ٣٠° (ثانياً)

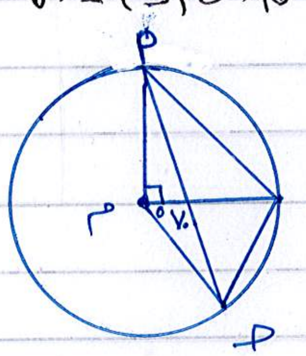
في Δ أهـب ∵ ق(∠هـأب) = ق(∠هـبأ) = ٣٠°

∴ أهـ = هـب ∴ Δ أبهـ متساوي الساقين

أ/ أحمد عمر

(٢٥) أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة م بحيث ق(∠أمب) = ٩٠°، ق(∠بمج) = ٧٠°

أوجد قياسات زوايا Δ أبج



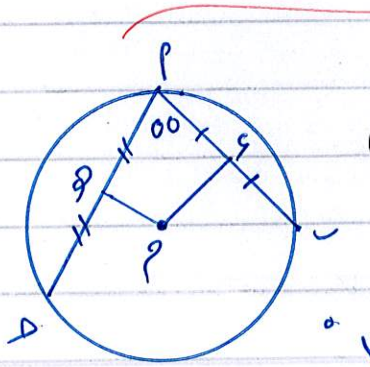
الحل ق(∠بأج) = $\frac{1}{2}$ ق(∠بمج) = ٣٥°

محيطية ومركزية تحصران $\overset{\frown}{بج}$

ق(∠بجأ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠بمأ) = ٤٥°

محيطية ومركزية تحصران $\overset{\frown}{أب}$

∴ ق(∠أبج) = ١٨٠ − (٣٥ + ٤٥) = ١٠٠°



(٢٦) من الشكل المقابل: $\overline{أب}$، $\overline{أج}$ وتران في الدائرة م،

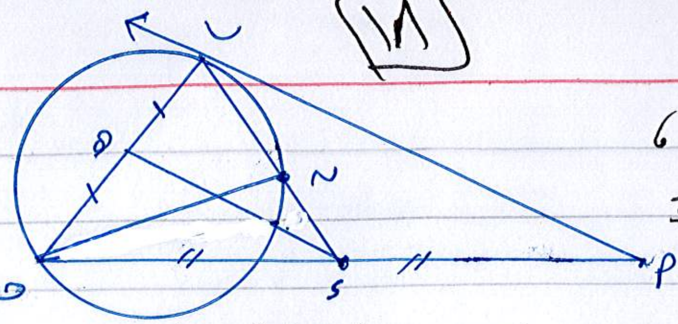
د منتصف $\overline{أب}$، هـ منتصف $\overline{أج}$، ق(∠بأج) = ٥٥°، أوجد ق(∠دمهـ)

الحل: ∵ د منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مد} \perp \overline{أب}$

∵ هـ منتصف $\overline{أج}$ ∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{أج}$

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(∠دمهـ) = ١٨٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٥٥) = ١٢٥°



(٢٧) في الشكل المقابل: $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م ، $\overline{أجـ}$ قاطع لها ، د منتصف $\overline{أجـ}$ ، هـ منتصف $\overline{بجـ}$ ، $\overline{بد}$ ∩ الدائرة م = {ن} أثبت أن:

① $\overline{أب}$ // $\overline{دهـ}$ ② النقط ن ، ب ، د ، هـ تمر بها دائرة واحدة

الحل في △ أ ب جـ ∵ د منتصف $\overline{أجـ}$ ، هـ منتصف $\overline{بجـ}$

∴ $\overline{دهـ}$ // $\overline{أب}$ (أولاً)

∴ ق(∠ب أ د) = ق(∠هـ د جـ) ...① بالتبادل

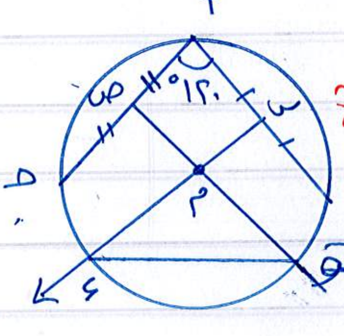
∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م ∴ ق(∠أ ب ن) = ق(∠ب جـ ن) ...② مماسية ومحيطية

من ① ، ② ∴ ق(∠ن ب هـ) = ق(∠ن د هـ)

وهما مرسومتان على $\overline{نهـ}$ وفي جهة واحدة منها ∴ ن ب د هـ رباعي دائري

(٢٨) $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران في دائرة مركزها م ، ق(∠ب أ جـ) = ١٢٠° ، س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، رسم $\overrightarrow{سم}$ فقطع الدائرة في د ، رسم $\overrightarrow{صم}$ فقطع الدائرة في هـ

أثبت أن: د هـ = نق



أ/ الدعمي

الحل ∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مس}$ ⊥ $\overline{أب}$

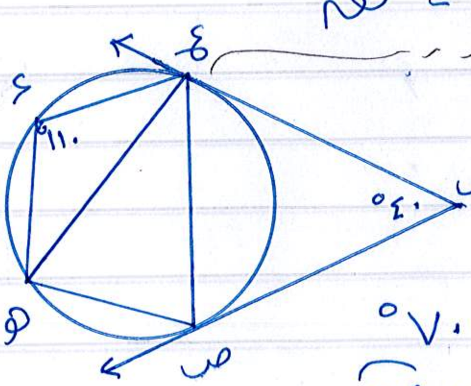
∵ ص منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{مص}$ ⊥ $\overline{أجـ}$

∴ ق(∠س م ص) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠) = ٦٠°

∴ ق(∠هـ م د) = ق(∠س م ص) = ٦٠° بالتقابل بالرأس

∵ م د = م هـ = نق ، ق(∠س م ص) = ٦٠°

∴ △ م هـ د متساوي الأضلاع ∴ د هـ = نق



(٢٩) في الشكل المقابل: أثبت أن ق($\overset{\frown}{عهـ}$) = ق($\overset{\frown}{عص}$)

∵ $\overline{سع}$ ، $\overline{سص}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ع ، ص

∴ س ع = س ص

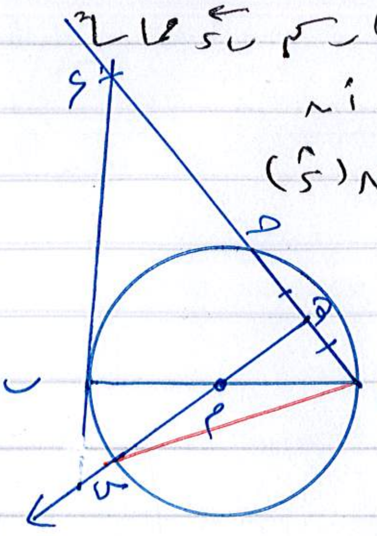
∴ ق(∠س ع ص) = ق(∠س ص ع) = (١٨٠ − ٤٠) ÷ ٢ = ٧٠°

∴ ق(∠ع هـ ص) = ق(∠س ع ص) = ٧٠° مماسية ومحيطية تحصران $\overset{\frown}{عص}$

∵ ع ص هـ ل رباعي دائري ∴ ق(∠ع ص هـ) = ١٨٠ − ١١٠ = ٧٠°

∴ ق(∠ع ص هـ) = ق(∠ع هـ ص) = ٧٠° ∴ ق($\overset{\frown}{عهـ}$) = ق($\overset{\frown}{عص}$)

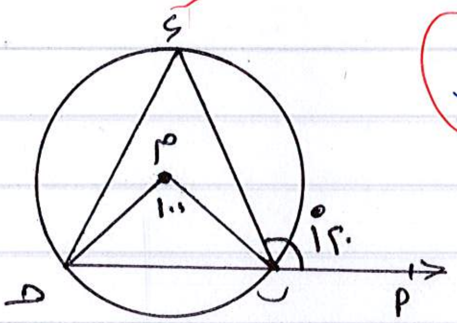
(٣٠) $\overline{أب}$ قطر في دائرة م ، $\overline{أج}$ وتر فيها ، هـ منتصف $\overline{أج}$ ، $\overleftrightarrow{ب ء}$ مماس للدائرة يقطع $\overrightarrow{أج}$ في ء ، $\overrightarrow{هم}$ يقطع الدائرة في س اثبت أن
(١) الشكل م هـ ء ب رباعي دائري (٢) ٢ق(∠ب أ س) = ق(∠ء)



الحل: ∵ هـ منتصف $\overline{أج}$ ∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{أج}$
∵ $\overleftrightarrow{ب ء}$ مماس للدائرة م عند ب ∴ $\overline{بم} \perp \overline{ب ء}$
∴ ق(∠ء هـ م) + ق(∠ء ب م) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°
وهما متقابلتان ∴ الشكل م هـ ء ب رباعي دائري
∵ الشكل م هـ ء ب رباعي دائري
∴ ق(∠ب م س) = ق(∠ء) خارجة عن الرباعي الدائري ---(١)
∵ ق(∠ب م س) = ٢ق(∠ب أ س) ...(٢) مركزية ومحيطية تحصران $\overset{\frown}{ب س}$
من (١) ، (٢) ∴ ٢ق(∠ب أ س) = ق(∠ء)

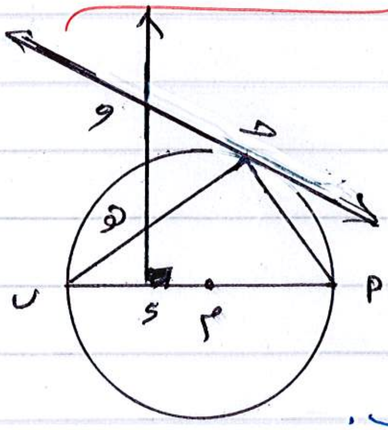
(٣١) أوجد بالبرهان: ق(∠ء ج ب)

م/ أحمد



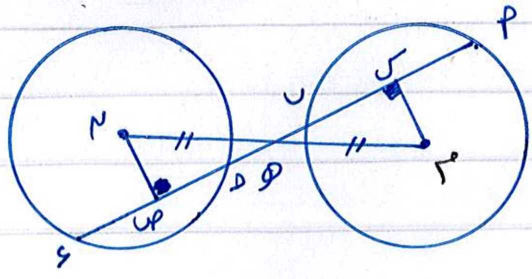
الحل:
ق(∠ء) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب م ج) = ٥٠°
محيطية ومركزية تحصران $\overset{\frown}{ب ج}$
∵ ∠ج ب أ خارجة عن △ ء ب ج
∴ ق(∠ء ج ب) = ١٢٠ − ٥٠ = ٧٠°

(٣٢) في الشكل المقابل اثبت أن (١) الشكل أ ء هـ ج رباعي دائري
(٢) و هـ = و ج



الحل: ∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م
∴ ق(∠أ ج ب) = ٩٠° محيطية مرسومة في نصف دائرة
∵ ق(∠أ ج هـ) + ق(∠أ ء هـ) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°
وهما متقابلتان ∴ الشكل أ ء هـ ج رباعي دائري.
∵ الشكل أ ء هـ ج رباعي دائري ∴ ق(∠و هـ ج) = ق(∠أ) ...(١) خارجة
∵ $\overleftrightarrow{جو}$ مماس ∴ ق(∠و ج هـ) = ق(∠أ) مماسية ومحيطية ...(٢)
من (١) ، (٢) ∴ ق(∠و هـ ج) = ق(∠و ج هـ) ∴ و هـ = و ج #

٣٣ في الشكل المقابل: دائرتان متطابقتان ومتباعدتان ، م س ⊥ أب ، ن ص ⊥ جد ، هـ منتصف م ن أثبت أن أب = جد



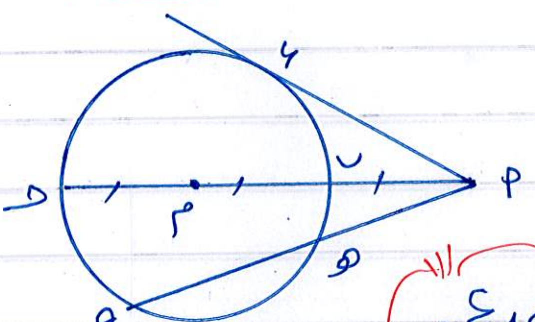
الحل

∆∆ هـ م س ، هـ ن ص فيهما
م هـ = ن هـ
ق(م س̂ هـ) = ق(ن ص̂ هـ) = ٩٠°
ق(م هـ̂ س) = ق(ن هـ̂ ص)

∴ ∆ هـ م س ≡ ∆ هـ ن ص وينتج من التطابق أن
وينتج م س = م ص

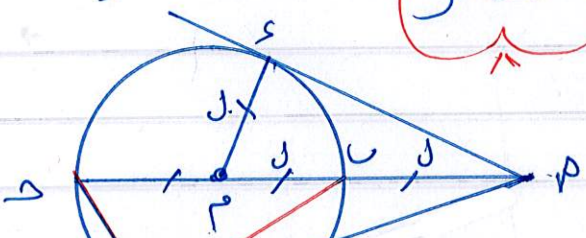
∵ م س ⊥ أب ، ن ص ⊥ جد ، م ، ن دائرتان متطابقتان
∴ أب = جد

٣٤ في الشكل المقابل: م دائرة نصف قطرها نق ، أد مماس لها عند د ، أم ، أهـ يقطعان الدائرة في هـ ، و على الترتيب ، ب منتصف أم
أثبت أن ① أو > أج ② أد = $\sqrt{3}$ نق



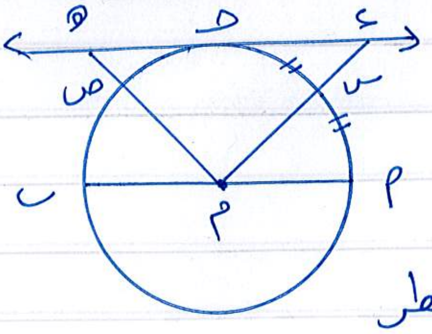
م/ احمد عمر

الحل



نصل و ب ، و ج
∵ ب ج قطر ∴ ق(ب و̂ ج) = ٩٠°
∴ ق(ب و̂ ج) > ق(ج̂)
∴ ق(أ و̂ ج) > ق(ج̂)
في ∆ أ ج و ∵ ق(أ و̂ ج) > ق(و ج̂ أ)
∴ أج > أو ... (أولاً)

نصل م د ∵ أد مماس للدائرة عند د ∴ م د ⊥ أد
في ∆ أ د م القائم في د ∴ $(\text{أم})^2 - (\text{م د})^2 = (\text{أد})^2$
∴ $(\text{أد})^2 = (2\text{نق})^2 - \text{نق}^2 = 4\text{نق}^2 - \text{نق}^2 = 3\text{نق}^2$
∴ أد = $\sqrt{3\text{نق}^2} = \sqrt{3}$ نق



(٣٥) في الشكل المقابل:

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{ده}$ مماس لها عند حـ

$\overline{أب} \parallel \overleftrightarrow{ده}$ ، س منتصف $\overset{\frown}{أحـ}$ ،

ق($\overset{\frown}{بص}$) = ٢ ق($\overset{\frown}{حـص}$)

أوجد قياسات زوايا Δ م د هـ

الحل: ∵ $\overleftrightarrow{ده}$ مماس للدائرة ، $\overleftrightarrow{ده} \parallel \overline{أب}$ ، $\overline{أب}$ قطر

∴ ق($\overset{\frown}{أحـ}$) = ق($\overset{\frown}{حـب}$) = ١٨٠ ÷ ٢ = ٩٠°

∵ س منتصف $\overset{\frown}{أحـ}$ ∴ ق($\overset{\frown}{أس}$) = ٩٠ ÷ ٢ = ٤٥°

، ∵ ق($\overset{\frown}{بص}$) = ٢ ق($\overset{\frown}{حـص}$)

∴ ق($\overset{\frown}{بص}$) = $\frac{٢}{٣}$ × ٩٠° = ٦٠°

∴ ق(∠أ م س) = ق($\overset{\frown}{أس}$) = ٤٥° ، ق(∠ص م ب) = ق($\overset{\frown}{بص}$) = ٦٠°

∵ $\overleftrightarrow{ده} \parallel \overline{أب}$

∴ ق(∠د) = ق(∠أ م د) = ٤٥° بالتبادل

، ق(∠هـ) = ق(∠هـ م ب) = ٦٠° بالتبادل

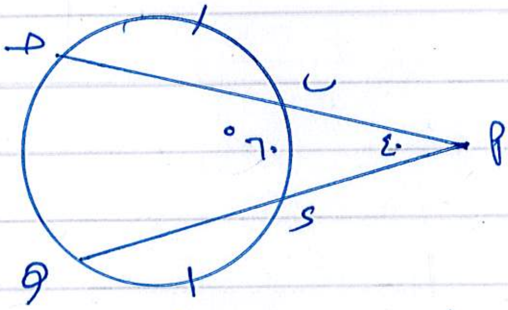
∴ ق(∠د م هـ) = ١٨٠ − (٤٥ + ٦٠) = ٧٥°

أ/ أحمد عمر

(٣٦) في الشكل المقابل: ق(∠أ) = ٤٠° ، ق($\overset{\frown}{بد}$) = ٦٠°

ق($\overset{\frown}{بحـ}$) = ق($\overset{\frown}{دهـ}$) أوجد بالبرهان

ق($\overset{\frown}{هـحـ}$) ، ق($\overset{\frown}{بحـ}$)



الحل: ∵ $\overleftrightarrow{حـب}$ ∩ $\overleftrightarrow{هـد}$ = {أ}

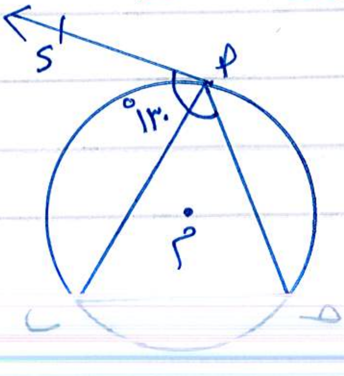
∴ ق(∠أ) = $\frac{١}{٢}$ [ق($\overset{\frown}{حـهـ}$) − ق($\overset{\frown}{بد}$)]

∴ ق($\overset{\frown}{حـهـ}$) = ٢ ق(∠أ) + ق($\overset{\frown}{بد}$) = ٨٠ + ٦٠ = ١٤٠°

∵ قياس الدائرة = ٣٦٠°

∴ ق($\overset{\frown}{بحـ}$) = ق($\overset{\frown}{دهـ}$) = $\frac{٣٦٠ - (١٤٠ + ٦٠)}{٢}$ = $\frac{٣٦٠ - ٢٠٠}{٢}$ = ٨٠°

(٣٧)



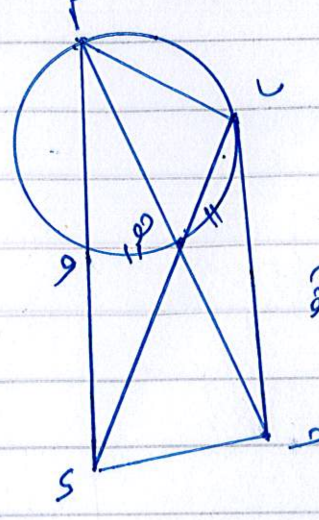
$\overleftrightarrow{أد}$ مماس للدائرة م عند أ أوجد بالبرهان ق(∠ب)

الحل: ق($\overset{\frown}{أبحـ}$) = ٢ ق(∠د أ حـ) = ٢ × ١٣٠ = ٢٦٠° (مماسية)

∴ ق($\overset{\frown}{أحـ}$) الأصغر = ٣٦٠ − ٢٦٠ = ١٠٠°

∴ ق(∠ب) = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{أحـ}$ الأصغر) = ٥٠° (محيطية)

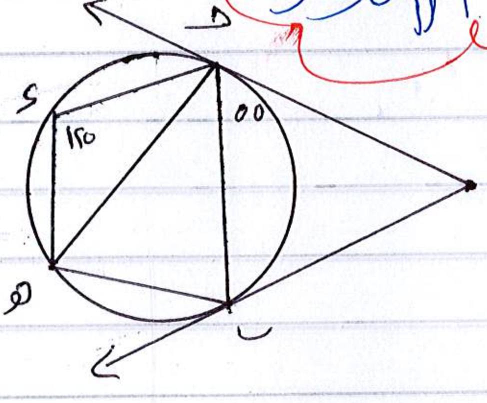
(٣٨) في الشكل المقابل: ب جـ تمس الدائرة عند ب
إذا كانت هـ منتصف ب و أثبت أن:
الشكل أ ب جـ د رباعي دائري



الحل: ∵ ب جـ مماس للدائرة عند ب
∴ ق(∠جـ ب هـ) = ق(∠ب أ هـ) ... (١) مماسية ومحيطية تحصران ب هـ
∵ هـ منتصف ب و ∴ ق(ب هـ) = ق(هـ و)
∴ ق(∠ب أ هـ) = ق(∠هـ أ و) ... (٢)
من (١) و (٢) ∴ ق(∠جـ ب د) = ق(∠جـ أ د)
وهما مرسومتان على جـ د وفي جهة واحدة منه ∴ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

(٣٩) في الشكل المقابل: أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ ، ق(∠أ جـ ب) = ٥٥° ، ق(∠جـ د هـ) = ١٢٥°
(١) أثبت أن: أ جـ // ب هـ (٢) أوجد ق(∠أ)
(٣) أثبت أن جـ ب = جـ هـ

أ/ أحمد عمر

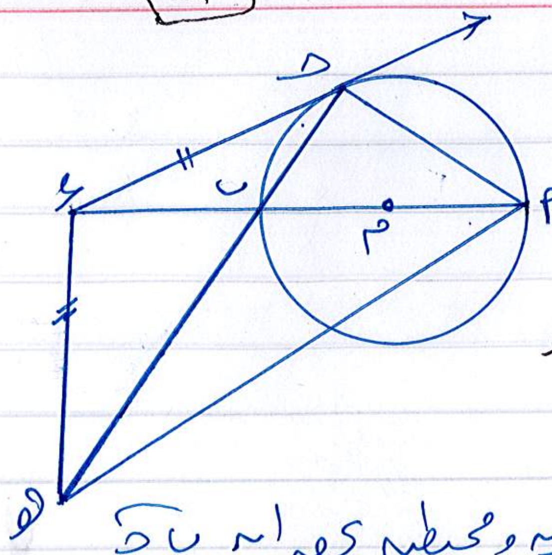


الحل: ∵ أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ
∴ أ ب = أ جـ
∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) = ٥٥°
∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − (٥٥ + ٥٥) = ٧٠° — (أولاً)
∵ ب هـ د جـ رباعي دائري
∴ ق(∠ب) = ١٨٠ − ١٢٥ = ٥٥° (متقابلتان)
∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠جـ ب هـ) = ٥٥° وهما في وضع تبادل
∴ أ جـ // ب هـ ... (ثانياً)
∵ ق(∠جـ هـ ب) = ق(∠أ جـ ب) = ٥٥° مماسية ومحيطية تحصران ب جـ
∴ ق(∠جـ ب هـ) = ق(∠جـ هـ ب) = ٥٥°
∴ جـ ب = جـ هـ ... (ثالثاً)

٤٠) في الشكل المقابل

أب قطر في الدائرة م ، ءحـ = ءهـ ،
ءحـ مماس للدائرة م عند حـ اثبت أن :

① أحـءهـ شكل رباعي دائري
② أهـ قطر الدائرة الخارجة للشكل أحـءهـ
③ ءهـ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، هـ



الحل

∵ ءحـ مماس للدائرة عند حـ
∴ ق(∠ءحـب) = ق(∠حـأب) ...① مماسية ومحيطية يحصران بحـ
في △ ءهـحـ ∵ ءهـ = ءحـ
∴ ق(∠ءحـهـ) = ق(∠ءهـحـ) ...② من ① ، ②
∴ ق(∠حـأء) = ق(∠حـهـء)
وهما مرسومتان على حـء ومن جهة واحدة منه
∴ الشكل أحـءهـ رباعي دائري ...(أولاً)
∵ أب قطر في الدائرة م ∴ ق(∠أحـب) = ٩٠°
∴ ق(∠أحـهـ) = ٩٠° وهي مرسومة على أهـ
∴ أهـ قطر الدائرة الخارجية للشكل أحـءهـ ...(ثانياً)
∵ الشكل أحـءهـ رباعي دائري
∴ ق(∠هـأء) = ق(∠هـحـء) مرسومتان على هـء ...③
من ② ، ③

∴ ق(∠ءهـحـ) = ق(∠هـأء)
∴ ءهـ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، هـ

مع أطيب الأمنيات
بالتوفيق
م/ أحمد عمر